

# IDENTIFICAÇÃO NARMAX POLINOMIAL DE UM TROCADOR DE CALOR USANDO ALGORITMO DOS MÍNIMOS QUADRADOS ORTOGONAIS

**Leandro dos Santos Coelho, Marcelo Wichhoff Pessoa e Ricardo Massao Suguimoto**

Laboratório de Automação e Sistemas, LAS

Programa de Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, PPGEPS

Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR

Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil

leandro.coelho@pucpr.br; celowp@gmail.com; ricardo.ms@gmail.com

*Resumo. O problema de estimação de parâmetros é de grande relevância em problemas de identificação de sistemas levando em consideração a representação não linear escolhida. Na literatura, este problema tem sido resolvido de diferentes formas dependendo da representação utilizada. Neste trabalho, um procedimento de identificação de sistemas não lineares baseado em uma representação NARMAX (Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs) polinomial e algoritmo dos mínimos quadrados ortogonais é aplicado a um trocador de calor. Os modelos NARMAX polinomiais descrevem sistemas não lineares em termos de equações a diferenças lineares nos parâmetros relacionando a saída atual a combinações (possivelmente não lineares) de entradas e saídas passadas. Isto é apropriado a modelagem de componentes estocásticos e determinísticos de um sistema e é capaz de descrever uma vasta variedade de sistemas não lineares. Neste trabalho, o vetor regressor utilizado para compor o modelo NARMAX polinomial é cuidadosamente escolhido, entre centenas de candidatos, por um procedimento automático. O resultado de simulação obtido foi muito satisfatório na previsão “infinitos-passos-a-frente” da saída do trocador de calor.*

*Palavras chave: trocador de calor, identificação não-linear, modelo NARMAX, algoritmo dos mínimos quadrados ortogonais.*

## 1. Introdução

A utilização de modelos matemáticos é importante para o desenvolvimento da ciência e tecnologia, pois com estes modelos é possível determinar o comportamento dinâmico de um sistema dinâmico, por exemplo, um sistema térmico. As técnicas de modelagem podem ser úteis para a construção e análise de modelos matemáticos que reproduzam alguns comportamentos observados na natureza (Rodrigues, 1996).

A utilização de um modelo para representar um determinado sistema pode estar relacionada com os mais diversos objetivos, tais como: (i) compreender certas dinâmicas do sistema dinâmico (processo) estudado, (ii) prever o comportamento do sistema sob diversas condições de operação, (iii) analisar e projetar controladores, (iv) estimar variáveis do processo que não podem ser medidas diretamente, (v) otimizar o comportamento do sistema, (vi) permitir detecção eficiente de falhas no sistema, (vii) permitir o estudo do sistema em regiões de operação dispendiosas ou problemáticas no sistema real, permitindo um treinamento de operação seguro e eficiente (Matko *et al.*, 1992).

Os modelos matemáticos podem ser compostos por conjuntos de equações diferenciais ou equações a diferenças que representam o comportamento dinâmico do processo a ser modelado. Estes modelos matemáticos não conseguem representar na totalidade o processo real, pois há vários fenômenos que são complexos para serem representados matematicamente.

Os sistemas dinâmicos em uma análise detalhada são não lineares, mas há casos em que aproximações lineares são suficientes para utilização prática. Entretanto, há casos que representações lineares são limitadas e não conseguem reproduzir bem certas dinâmicas desejadas, com isso é necessário o uso de representações não lineares.

As técnicas de modelagem de sistemas são agrupadas em três conjuntos, denominadas: (i) modelagem caixa branca, (ii) modelagem caixa preta e (iii) modelagem caixa cinza. A modelagem caixa branca é utilizada quando há um bom conhecimento do processo a ser modelado, pois nele são utilizados de leis da física para obter as equações do modelo. Quando não há nenhum conhecimento da física do processo, e se tem em mãos apenas dados de entrada e saída, ou saída apenas, se utiliza a abordagem da identificação caixa preta, que é uma alternativa a caixa branca (Aguirre, 2004). Pois nela agrupa-se o ferramental matemático para se obter o modelo aproximado do processo. A terceira abordagem, a identificação caixa cinza se utiliza do conhecimento prévio da física do processo aliado a identificação caixa preta. Nela se utiliza de conhecimentos auxiliares que não se encontram em dados de entrada e saída do sistema sob análise.

A identificação de sistemas também pode ser dividida em identificação linear e não linear. A identificação linear é mais simples em relação a identificação não linear, pois esta não pode ser composta por quaisquer dados (regressores),

o que causaria uma dinâmica não desejada, quando utilizado o modelo não linear, pois os termos redundantes se cancelam através de pólos e zeros, com isso o modelo obtido não geraria uma dinâmica não desejada.

A concepção de novas e eficientes abordagens para identificação de sistemas dinâmicos não lineares tem sido tema freqüente de pesquisas apresentadas na literatura recente. Neste contexto, pode-se citar, por exemplo, a utilização de modelos de Wiener, Hammerstein, bilinear, Volterra, redes neurais artificiais, sistemas nebulosos, *wavelets*, entre outros (Haber e Unbehauen, 1990; Johansson, 1993; Sjöberg *et al.*, 1995; Haykin, 1996; Ljung, 2001).

Dentre as contribuições significativas na área de identificação de sistemas dinâmicos não lineares estão o da utilização de estimação de modelos matemáticos NARMAX (*Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*) usando o algoritmo dos mínimos quadrados ortogonais (Leontaris e Billings, 1987; Korenberg *et al.*, 1988; Chen *et al.*, 1989; Kukreja *et al.*, 2003; Zito e Landau, 2005).

Este trabalho aborda a identificação de um trocador de calor usando modelo matemático NARMAX e algoritmo dos mínimos quadrados ortogonais (*Orthogonal Least Squares*, OLS). O trocador de calor analisado consiste de um trocador de calor de fluxo de vapor líquido saturado, onde a água aquecida é aquecida por vapor de fluxo saturado pressurizado em um tubo de cobre.

O artigo é organizado da seguinte forma. A descrição do modelo NARMAX e o algoritmo OLS são detalhados na seção 2. Uma breve descrição do trocador de calor e a análise dos resultados obtidos na identificação são detalhadas na seção 3. Finalizando, a conclusão e comentários sobre futura pesquisa são apresentados na seção 4.

## 2. Modelos matemáticos NARMAX

Para sistemas lineares discretos utilizam-se modelos de equações lineares a diferenças que relacionam variáveis de entrada e saída do sistema. Neste contexto, pode-se citar os modelos do tipo ARX (*AutoRegressive with eXogenous inputs*), ARMAX (*AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*), dentre outros. Uma descrição análoga para sistemas não lineares discretos são os modelos NARMAX que realizam um mapeamento não linear das entradas e saídas passadas para a saída atual (Sjöberg, 1995). Tais modelos são capazes de representar uma ampla classe de sistemas não lineares e ao contrário do que ocorre com as séries de Volterra e Wiener (Billings, 1980), evitam a necessidade de grande número de parâmetros (Chen e Billings, 1989; Cassini, 1999).

Os modelos polinomiais apresentam vantagens em relação a outros tipos de representações pois ele se transforma em uma representação linear quando o ponto de operação do sistema é mantido aproximadamente fixo e também a facilidade sobre a informação analítica sobre o modelo pode ser obtido. Este modelo consegue representar com exatidão, desde que os dados não apresentem variações abruptas.

A utilização de algoritmos de estimação de parâmetros de sistemas lineares, que são fáceis de implementar e que convergem rapidamente, é possível de ser utilizada, pois funções não-lineares polinomiais são lineares nos parâmetros.

O modelo NARMAX pode ser representado pela seguinte forma geral:

$$y(t) = F^l[y(t-1), \dots, y(t-n_y), u(t-\tau_d), \dots, u(t-\tau_d-n_u+1), e(t-1), \dots, e(t-n_e)] + e(t) \quad (1)$$

onde  $\tau_d$  é o atraso de transporte ou tempo morto,  $e(t)$  são os efeitos que não são bem representados por  $F^l[\cdot]$ , que é uma função polinomial não linear de  $y(t)$ ,  $u(t)$  e  $e(t)$ . A função  $F^l[\cdot]$  possui um grau de não-linearidade  $l \in \mathbb{Z}^+$  e o período de amostragem  $T_s$  é considerado normalizado, por isso não foi considerado na equação (1). A equação (1) é composta por uma parte estocástica,  $e(t)$ , e uma parte determinística, ou seja, a parte que envolve  $F^l[\cdot]$ . Nota-se que de acordo com o grau de não-linearidade  $l$  e das ordens  $n_y$ ,  $n_u$  e  $n_e$ , o número de termos pode aumentar acentuadamente no modelo polinomial representado pela equação (1).

Em casos lineares há cancelamento de pólos e zeros, caso haja termos redundantes, já em sistemas não lineares (neste trabalho em questão) quando ocorre uma sobre-parametrização tende a gerar regimes dinâmicos não apresentados pelo sistema real.

Em muitos casos não é necessário utilizar de uma excessiva quantidade de termos para representar bem um sistema, basta apenas uma quantidade pequena para isso, e isto é feito por algoritmos de *detecção de estrutura*. Neste trabalho será utilizado o algoritmo de taxa de redução de erro (*Error Ratio Reduction*, *ERR*) que é muito utilizado na detecção de estrutura dos modelos NARMAX polinomiais. O *ERR* indica o quanto cada termo inserido no modelo pode melhorar a representação do sistema. Normalmente o *ERR* é utilizado junto com métodos de ortogonalização.

### 2.1. Estimação dos parâmetros do modelo NARMAX

O projetista após escolher o modelo matemático NARMAX para representar um sistema dinâmico, deve-se estimar os parâmetros, para que o modelo identificado consiga gerar uma dinâmica semelhante ao do sistema. Normalmente se utiliza algoritmos baseados em mínimos quadrados aos dados de entrada e saída. Neste caso, o modelo NARMAX pode ser apresentado da seguinte forma:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n\theta} p_i(t)\theta_i + e(t) \quad (2)$$

onde  $p_i(t)$  representam os regressores e os  $\theta_i$  são os respectivos parâmetros.

Aplicando a técnica de mínimos quadrados (*Least Squares*, LS) a função custo, chega-se a equação (3),

$$J_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi(t, \theta)^T \xi(t, \theta) \quad (3)$$

onde  $\xi(t, \theta)$  é o sinal de erro, ou seja,  $\xi(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t, \theta)$ , onde  $y(t)$  é a saída real do sistema e  $\hat{y}(t, \theta)$  é a saída estimada. Para conseguir determinar os parâmetros  $\theta$ , basta minimizar (4) e a solução é dada por:

$$\hat{\Theta}_{LS} = (P^T P)^{-1} P^T Y \quad (4)$$

As matrizes  $Y$  e  $P$  são as matrizes já definidas *a priori*, a matriz  $(P^T P)$  é a conhecida como matriz de informação, ela é simétrica e positiva definida quando  $P$  tem posto pleno de colunas (colunas são linearmente independentes e formam uma base num espaço vetorial gerado por  $P\Theta$ ). Mas em casos não lineares, pode haver um mal condicionamento numérico da matriz  $P$  e ela pode não ter estas propriedades.

Na maioria dos casos,  $Y$  não pertence ao espaço vetorial gerado pelas colunas de  $P$ , com isso os dados do sistema não são completamente explicados pelos regressores. Nesse caso,  $P\hat{\Theta}_{LS}$ , onde  $\hat{\Theta}_{LS}$  é o vetor de parâmetros calculado pelo método dos mínimos quadrados (*Least Squares*, LS), representará a projeção ortogonal de  $Y$  no espaço de imagem de  $P$  e os resíduos de estimação  $\xi(t)$  serão mínimos e ortogonais a tal espaço.

## 2.2. Detecção da estrutura usando ERR

Analisando o resíduo do modelo identificado, e considerando a esperança matemática  $E[\xi(t)] = 0$ , pode-se definir a variância do erro,  $\xi(t)$ , pela equação

$$Var[\xi(t)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[ Y^T Y - \sum_{i=1}^{n\theta} g_i^2 w_i^T w_i \right] \quad (5)$$

onde  $g_i$  indica os elementos do vetor de parâmetros,  $g$  e  $w_i$  indica os regressores ortogonais.

Se nenhum termo fosse incluído no modelo, a variância de  $\xi(t)$  seria igual ao erro quadrático médio da saída  $y(t)$ . A cada inclusão de termo, a variância de  $\xi(t)$  é decrescida de um fator  $1 / \sum_{i=1}^{n\theta} g_i^2 w_i^T w_i$ , onde  $w_i$  indica o termo incluído e  $g_i$  o seu respectivo parâmetro. Para reduzir a variância deve-se normalizar o erro quadrático médio do sinal de saída. Deste modo, o ERR para cada termo é definido como:

$$[ERR]_i = \frac{g_i^2 w_i^T w_i}{Y^T Y}, \quad 1 \leq i \leq n\theta \quad (6)$$

O ERR indica a porção da variância na saída, quando se insere um novo termo no modelo, ou seja, os termos que possuem maior ERR, constituiriam o modelo final.

Quanto maior o índice ERR, maior é a importância do termo para o modelo. Assim, os termos que apresentarem um índice ERR muito baixo, não são incluídos no modelo. Desta forma, este critério evita o mal condicionamento numérico já que termos linearmente dependentes ou irrelevantes são eliminados (Cassini, 1999).

O índice  $[ERR]_i$  do  $i$ -ésimo termo,  $w_i$ , indica a proporção do valor médio quadrático da saída,  $Y^T Y$ , explicada por este termo. Consequentemente,

$$\sum_{i=1}^{n\theta} ERR = 1, \quad (7)$$

e desta forma, os termos irrelevantes para o modelo, contribuirão com um percentual desprezível para o índice ERR, podendo ser eliminados.

### 2.3. Expansão do modelo polinomial NARMAX

Para a representação polinomial serão consideradas *a priori* as seguintes condições: (i) o sistema possui um atraso de transporte ou tempo morto ( $\tau_d$ ) e (ii) nenhum termo cujo parâmetro tenha que ser estimado pode depender do resíduo no mesmo instante, e é representado pelo termo  $e(t)$ , logo o modelo NARMAX será representado pela equação (1) (Aguirre, 2004).

A equação (1) é composta por uma parte estocástica,  $e(t)$ , e uma parte determinística, ou seja, a parte que envolve  $F^l[\cdot]$ .

A parte determinística pode ser expandida em um somatório de termos com graus de não linearidade variando de  $1 \leq m \leq l$ . Deste modo cada termo de grau  $m$  pode conter um fator de grau  $p$  do tipo  $y(t-i)$  e um fator de grau  $(m-p)$  do tipo  $u(t-i)$  sendo multiplicado por um parâmetro representado por  $C_{p,m-p}(n_1, \dots, n_m)$ , onde obtém-se a equação (7), dada por (Aguirre, 2004):

$$y(t) = \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^m \sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} C_{p,m-p}(n_1, \dots, n_m) \prod_{i=1}^p y(t-n_i) \prod_{i=p+1}^m u(t-n_i) \quad (7)$$

sendo que,

$$y(t) = \sum_{n_1, n_m}^{n_y, n_u} = \sum_{n_1=1}^{n_y} \dots \sum_{n_m=1}^{n_u} \quad (8)$$

e o  $n_y$  é o limite superior para os somatórios que possuem fatores  $y(t-n_i)$  ou  $n_u$  para os fatores  $u(t-n_i)$ . Neste trabalho considerou-se um modelo NARMAX incluindo-se também os termos lineares ( $n_{eli}$ ) para o sinal de erro atrasado. Neste caso, o modelo NARMAX pode ser representado pela seguinte forma geral:

$$y(t) = F^l[y(t-1), \dots, y(t-n_y), u(t-\tau_d), \dots, u(t-\tau_d-n_u+1), e(t-1), \dots, e(t-n_e)] + [e(t-1), \dots, e(t-n_{eli})] \quad (9)$$

Neste trabalho, o atraso de transporte ou tempo morto,  $\tau_d$ , foi adotado como conhecido *a priori* e com valor unitário.

### 2.4. Estimador dos mínimos quadrados ortogonais

Após determinar a estrutura NARMAX, o próximo passo é determinar os parâmetros do modelo. Os algoritmos usados para estimar os parâmetros são os baseados em OLS, que utilizam o fato de que a matriz  $\varphi^T \varphi$  é simétrica por construção; pois a matriz de regressores ( $\varphi$ ) pode possuir muitas colunas, que seria um caso típico de sistemas não-lineares e com isso não resultaria em boas estimativas. Tais algoritmos são: método clássico de Gram-Schmidt (CGS), método Modificado de Gram-Schmidt (MGS) e método de Golub-Householder (GH) (Aguirre, 2004).

Este algoritmo é baseado no método dos mínimos quadrados clássico, ou seja, uma variante para ser utilizado como estimador de parâmetros em modelos não lineares. Nele aplicando-se a equação (10)  $N$  vezes, ao longo dos dados, chega-se na equação (11), tal que

$$y(t) = \varphi^T(t-1) \hat{\theta} + \xi(t) \quad (10)$$

$$y = \Psi \hat{\theta} + \xi \quad (11)$$

onde  $\Psi$ , é o vetor de medições (regressores) e para tempos negativos são assumidos valores nulos. Os elementos da equação (10) são:

$$y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}; \quad \Psi = [\Psi_1 \quad \dots \quad \Psi_{n\theta}]; \quad \hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \hat{\theta}_2 \\ \vdots \\ \hat{\theta}_{n\theta} \end{bmatrix}; \quad \xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_{n\theta} \end{bmatrix} \quad (12)$$

e

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} \Psi_i(1) \\ \Psi_i(2) \\ \vdots \\ \Psi_i(N) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n_\theta \quad (13)$$

Sabe-se que em identificação de sistemas não lineares a matriz de regressores ( $\psi$ ) possui muitas colunas, e quando se for calcular os parâmetros estimados ( $\hat{\theta}$ ) em  $\hat{\theta} = [\psi^T \psi]^{-1} \psi^T y$ , resultaria em estimativas inadequadas. Logo a utilização de métodos que baseados em OLS dos métodos CGS, MGS, e GH; seriam numericamente interessantes. Neste trabalho é utilizado o método de fatoração QR e decomposição de Householder. Detalhes deste método são encontrados em Golub e Van Loan (1996), Goldberg (1992), Stewart (1998) e Aguirre (2004). Na figura 1 é apresentado um fluxograma do procedimento de identificação de modelos NARMAX polinomiais baseado em Rodrigues (1996) utilizado neste trabalho.

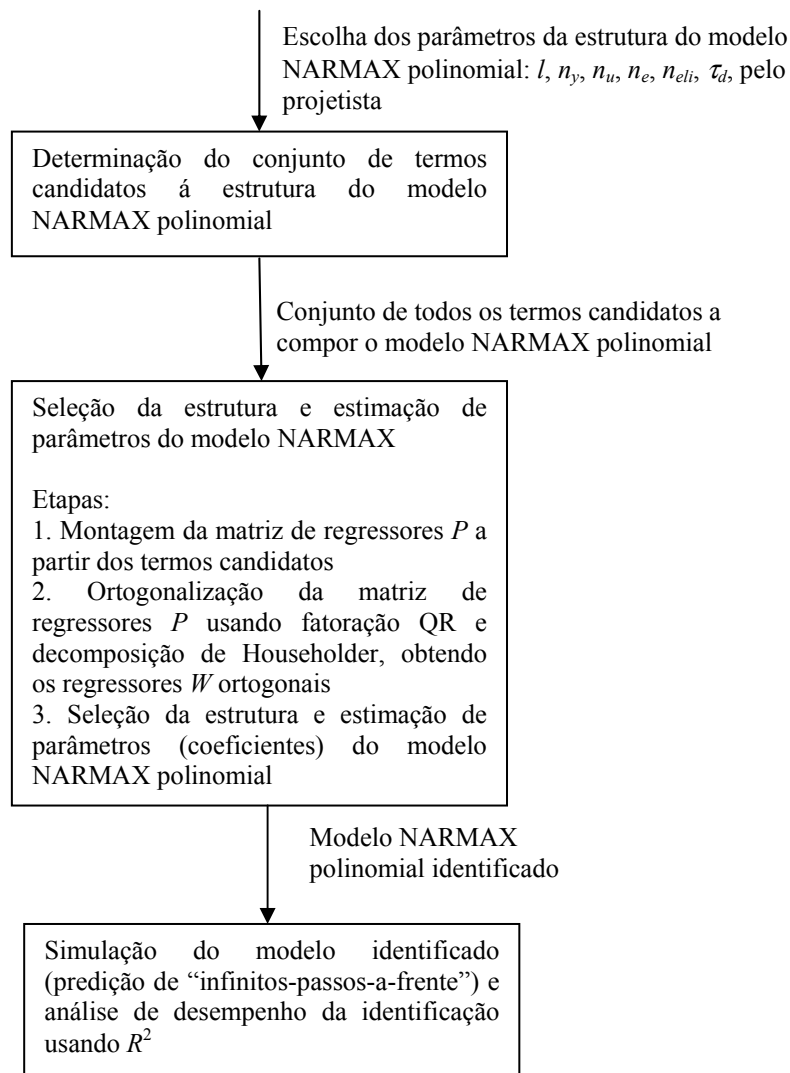


Figura 1 - Fluxograma do procedimento de identificação de modelos NARMAX polinomiais.

### 3. Identificação de um sistema não-linear

#### 3.1 Estudo de caso: Trocador de calor

O trocador de calor analisado consiste de um trocador de calor de fluxo de vapor líquido saturado, onde a água aquecida é aquecida por vapor de fluxo saturado pressurizado em um tubo de cobre. A variável de saída é a temperatura do líquido de saída. As variáveis de entrada são a taxa de fluxo de líquido, a temperatura de vapor, e temperatura do líquido de entrada. Neste contexto, a temperatura do vapor e a temperatura do líquido de entrada são mantidas

constantes em seus valores nominais (Daisy, 2006). O período de amostragem dos dados é de 1 segundo e o procedimento de identificação, adotado neste trabalho, utiliza como entrada a taxa de fluxo do líquido e como variável de saída a temperatura do líquido de saída. Uma representação do trocador de calor é apresentada na figura 2 (Bittanti & Piroddi, 1996).

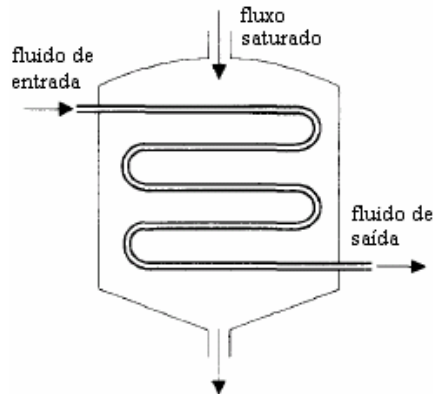


Figura 2 - Representação do trocador de calor.

O experimento foi configurado para utilizar as amostras 1 a 1200 ( $N=1200$ ) para a fase de estimação e as amostras 1201 a 1600, para a fase de validação do modelo NARMAX. Foram realizados diversos testes variando os valores das ordens  $n_y$ ,  $n_u$ ,  $n_e$  e o grau de não linearidade  $l$ . Na tabela 1 são apresentados os resultados dos testes realizados.

A identificação do trocador de calor é apropriada se um critério de erro definido previamente pelo projetista está entre valores admissíveis às necessidades do projeto. O critério escolhido neste estudo foi o coeficiente de correlação múltipla regido pela equação

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N [y(t) - \hat{y}(t)]^2}{\sum_{t=1}^{Na} [y(t) - \bar{y}]^2}, \quad (14)$$

onde  $N$  é o número de amostras avaliado,  $y(t)$  é saída real do processo,  $\hat{y}(t)$  é a saída estimada pelo modelo NARMAX, e  $\bar{y}$  é a média das medidas do sistema térmico. Quando o valor de  $R^2$  é igual a 1,0 indica uma aproximação exata do modelo aos dados medidos do processo. O valor de  $R^2$  entre 0,9 e 1,0 é considerado suficiente para aplicações práticas, principalmente em projetos de identificação e sistemas de controle baseados em modelo.

Tabela 1. Resultados das simulações na identificação do trocador de calor (predição de “infinitos-passos-a-frente”).

teste realizado	termos lineares do erro, $n_{eli}$	$l$	$n_y$	$n_u$	$n_e$	$R^2$ (estimação)	$R^2$ (validação)	$R^2$ (média harmônica)
1	0	1	1	1	0	0,7639	0	0
2	0	2	1	1	0	0,5771	0	0
3	0	1	2	1	0	0,2933	0	0
4	0	1	3	1	0	0,4298	0	0
5	0	1	1	2	0	0,8564	0,2656	0,4055
6	0	1	1	3	0	0,8888	0,4553	0,6021
7	0	1	1	4	0	0,9131	0,6129	0,7335
8	0	1	1	5	0	0,9056	0,5516	0,6856
9	0	1	2	4	0	0,8958	0,5457	0,6782
10	0	1	3	4	0	0,8997	0,5419	0,6764
11	0	2	1	4	0	0,9077	0,2009	0,3290
12	0	3	1	4	0	0,9476	0,6028	0,7369
13	0	3	2	4	0	0,9286	0,6263	0,7480
14	0	3	3	4	0	0,9154	0,5370	0,6769
15	1	3	2	4	1	0,9289	0,6394	0,7574
16	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>0,9375</b>	<b>0,6624</b>	<b>0,7763</b>
17	2	3	2	4	1	0,9313	0,6436	0,7612
18	3	3	2	4	2	0,9289	0,6269	0,7486

Nota-se dos resultados apresentados na tabela 1, que o melhor resultado (melhor média harmônica de  $R^2$ ) foi para o teste 16 com  $n_y=2$ ,  $n_u=4$ ,  $n_e=2$ , grau de não linearidade  $l=3$  e um termo linear para o erro (isto é,  $e(t-1)$ ). Neste caso, a equação obtida para representar o trocador de calor possui 10 termos e é dada por:

$$\begin{aligned}
 y(t) = & 7,8267 + 1,0574y(t-1) - 0,13218y(t-2) - 0,47121u(t-3)u(t-2)y(t-1) \\
 & + 43,274u(t-3)u(t-2) - 0,55339u(t-4)u(t-1)y(t-1) + 53,357u(t-4)u(t-1) \\
 & - 2,8004u(t-2)u(t-1)u(t-1) - 1,4147u(t-4)u(t-4)u(t-4) - 0,18872 \cdot 10^{-4}e(t-1)y(t-1)y(t-1)
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Na figura 3 é apresentado o sinal de saída estimada e também o sinal de erro obtido com a utilização da equação (15). Neste caso o erro médio quadrático das fases de estimação e validação foram de 0,2116 e 0,2092, respectivamente.

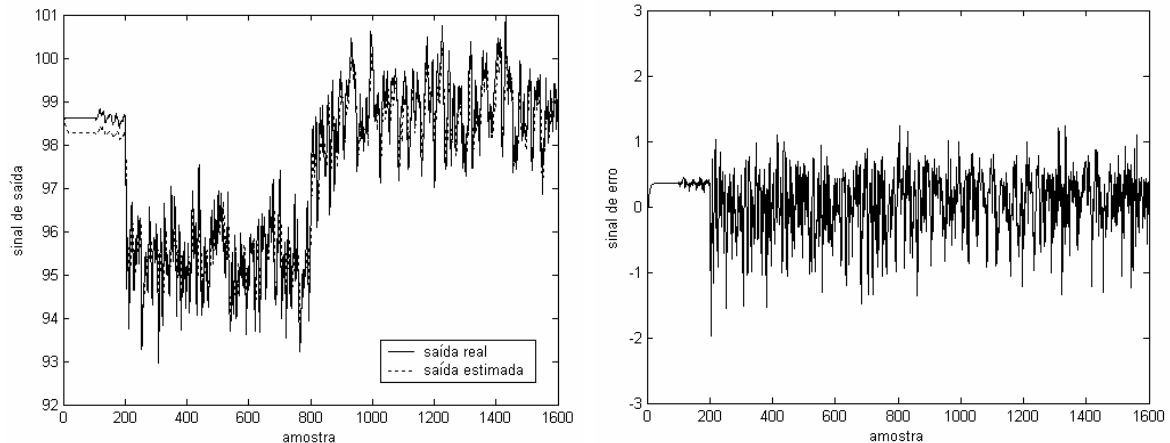


Figura 3 – Melhor modelo NARMAX obtido para representar o trocador de calor.

#### 4. Conclusão e futura pesquisa

Existem diversas maneiras de modelar um sistema, tais como a modelagem pela física do processo e a modelagem através de técnicas de identificação. A modelagem pela física do processo é uma abordagem analítica realizada através de conhecimento de leis físicas do processo, exigindo um conhecimento detalhado do mesmo, o que torna em alguns casos difícil a sua aplicação. A identificação, por outro lado, é uma abordagem experimental, que consiste no desenvolvimento de técnicas para a estimação de modelos de sistemas dinâmicos através de dados experimentais, não exigindo conhecimento prévio do processo, embora tal conhecimento possa ser utilizado se disponível.

A obtenção do modelo matemático de um sistema dinâmico é uma tarefa de vital importância na engenharia. A identificação de sistemas é uma abordagem que possibilita obter modelos matemáticos, através de dados de medição. Neste trabalho, um procedimento de identificação de sistemas não lineares baseado em uma representação polinomial *NARMAX* e algoritmo dos mínimos quadrados ortogonais é aplicado a um trocador de calor. Os resultados de simulação foram promissores e um modelo com 10 termos com  $n_y=2$ ,  $n_u=4$ ,  $n_e=2$ , grau de não linearidade  $l=3$  e um termo linear para o erro (isto é,  $e(t-1)$ ) foi o mais apropriado para representar o comportamento dinâmico do trocador de calor.

Em pesquisa futura, os autores desejam aprimorar o projeto do modelo *NARMAX* pela utilização de métodos de otimização não-linear para a determinação da ordem ( $n_y$ ,  $n_u$ ,  $n_e$ ) e o grau de não linearidade mais adequada para a identificação de sistemas térmicos.

#### 5. Referências

- Aguirre, L. A., 2004, “Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais”, Editora da UFMG, Belo Horizonte, MG.
- Billings, S. A., 1980, “Identification of Nonlinear Systems — a Survey”, IEE Proceedings Pt. D, Vol. 127, No. 6, pp. 272-285.
- Bittanti, S., Piroddi, L., 1996, “Nonlinear Identification and Control of a Heat Exchanger: a Neural Network Approach”, Journal of the Franklin Institute, Vol. 334B, No. 1, pp. 135-153.
- Cassini, C. C. S., 1999, “Estimação Recursiva de Características Estáticas Não Lineares Utilizando Modelos Polinomiais *NARMAX*”, Dissertação de Mestrado do PPGE, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Chen, S., Billings, S. A, Luo, W., 1989, “Orthogonal Least Squares Methods and their Application to Non-linear System Identification”, International Journal of Control, Vol. 50, No. 5, pp. 1873-1896.

- Chen, S., Billings, S. A., 1989, "Representations of Nonlinear Systems: the NARMAX model", International Journal of Control, Vol. 49, No. 3, pp. 1013-1032.
- Daisy, 2006, Database for the Identification of Systems, <http://www.esat.kuleuven.ac.be/sista/daisy/> [Acesso 16/02/2006].
- Goldberg, J. L., 1992, "Matrix Theory with Applications", McGraw-Hill International Editions, New York, NY, USA.
- Golub, G. H., Van Loan, C. F., 1996, "Matrix Computations", 3rd edition, The Johns Hopkins University Press, London, UK.
- Haber, R., Unbehauen, H., 1990, "Structure Identification of Nonlinear Dynamic Systems — a Survey on Input/Output Approaches", Automatica, Vol. 26, No. 4, pp. 651-677.
- Haykin, S., 1996, "Neural Networks", 2nd edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, USA.
- Johansson, R., 1993, "System Modeling and Identification", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, USA.
- Korenberg, M., Billings, S. A., Liu, Y. P.; McIlroy, P. J., 1988, "Orthogonal Parameter Estimation Algorithm for Non-Linear Stochastic Systems", International Journal of Control, Vol. 48, No. 1, pp. 193-210.
- Kukreja, S. L., Galiana, H. L., Kearney, R. E., 2003, "NARMAX Representation and Identification of Ankle Dynamics", IEEE Transactions on Biomedical Engineering, Vol. 50, No. 1, pp. 70-81.
- Leontaris, I. J., Billings, S. A., 1987, "Input-output Parametric Models for Non-linear Systems – Part 1: Deterministic Non-linear Systems", International Journal of Control, vol. 41, pp. 303-344.
- Ljung, L., 2001, "Black-box Models from Input-output Measurements", Proceedings of the 18th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, Budapest, Hungary, pp. 138-146.
- Matko, D., Zupancic, B., Karba\_R., 1992, "Simulation and Modelling of Continuous Systems - A Case Study Approach", Prentice Hall International, UK.
- Rodrigues, G. G., 1996, "Identificação de Sistemas Dinâmicos Não Lineares Utilizando Modelos NARMAX Polinomiais - Aplicação a Sistemas Reais", Dissertação de Mestrado do PPGEE, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- Sjöberg, J., Zhang, Q., Ljung, L., Benveniste, A., Delyon, P. G. B., Hjalmarsson, H., Juditsky, A., 1995, "Nonlinear Black-box Modeling in System Identification: a Unified Overview", Automatica, Vol. 31, No. 12, pp. 1691-1724.
- Stewart, G. W., "Matrix Algorithms: Volume I: Basic Decompositions", SIAM, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA.
- Zito, G.; Landau, I. D., 2005, "NARMAX Model Identification of a Variable Geometry Turbocharged Diesel Engine", Proceedings of American Control Conference, Portland, OR, USA, pp. 1021-1026.

## POLYNOMIAL NARMAX IDENTIFICATION OF A HEAT EXCHANGER USING ORTHOGONAL LEAST-SQUARES ALGORITHM

Leandro dos Santos Coelho, Marcelo Wicthoff Pessôa e Ricardo Massao Suguimoto

Laboratório de Automação e Sistemas, LAS  
Programa de Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, PPGEPS  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR  
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil  
leandro.coelho@pucpr.br; celowp@gmail.com; ricardo.ms@gmail.com

### Abstract

The problem of parameter estimation is of great relevance in system identification problems regardless of which nonlinear representation is chosen. In the literature, this problem has been solved in different ways depending on the representation used. In this work, a nonlinear system identification procedure, based on a polynomial NARMAX (*Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs*) representation and orthogonal least-squares algorithm, is applied to a heat exchanger. Polynomial NARMAX models describe nonlinear systems in terms of linear-in-the-parameters difference equations relating the current output to (possibly nonlinear) combinations of inputs and past outputs. It is suitable for modeling both the stochastic and deterministic components of a system and is capable of describing a wide variety of nonlinear systems. In this work, the regressor vector used to compose the NARMAX model is carefully chosen, among hundreds of candidates, by an automatic procedure. The simulation result obtained was very satisfactory for the infinite-step ahead identification of heat exchanger output.

Keywords: heat exchanger, nonlinear identification, NARMAX model, orthogonal least-squares algorithm.